

# 1 Vývin tepla v jaderných reaktorech

## 1.1 Energie uvolněná při štěpení

Celková energie uvolněná při štěpení je zhruba  $200\text{MeV}$  ( $1\text{MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13}\text{J}$ ), a to ve 2 formách:

### 1. okamžitá energie

- kinetické energie štěpných produktů (štěpné trosky) – **81,5%**
- $\gamma$  záření - **3%**
- kinetické energie štěpných neutronů – **2,5%** (pohlcené v palivu nebo v ostatních materiálech - moderátor, konstrukční materiály, chladivo, stínění)

### 2. energie vznikající při rozpadu

- $\beta$  – **4%**
- $\gamma$  – **3%**
- neutrino – **6%**

Forma energie	MeV	Podíl v %	Vzdálenost od místa štěpení	Zpoždění
Kinetická energie štěpných troskek	167±5	81,5	< 0.1mm	ne
Okamžité záření $\gamma$	6±1	3	~ 1m	ne
Kinetická energie štěpných neutronů	5	2,5	0.1 - 1m	ne
Rozpad štěpných troskek $\beta$	8±1.5	4	< 0.1mm	ano
Rozpad štěpných troskek $\gamma$	6±1	3	~ 1m	ano
Neutrino	12±2.5	6	-	ano
	204±7	100 %		

Tab.: Rozdělení energie uvolněné při štěpení na jednotlivé složky energií

## 1.2 Energie využitelná v jaderných reaktorech

Při jednom štěpení  $U^{235}$  vzniká  $192\text{MeV} = 30.9 \cdot 10^{-12}\text{J}$  využitelné energie (např. v  $Pu^{239}$  je to 198 MeV). Je tedy menší než energie uvolněná. Lze využít:

- kinetickou energii štěpných troskek - brzdí se v palivu pružnými srážkami, čímž urychlují okolní jádra paliva -> palivo se zahřívá;
- kinetickou energii štěpných neutronů - brzdí se v palivu pružnými srážkami stejně jako ŠT, zejména pak neštěpná absorpce těchto neutronů je ca 7MeV..
- rozpadem ( $\beta, \gamma$ ) – absorpce záření ve stínění je ca 1% ve formě tepelné energie.

Neutrino nelze prakticky zachytit, proto je hlavní podíl tepla generován v palivu.

Pro získání rovnic popisujících využitelnou energii si uvedeme základní veličiny a značení.

## Základní veličiny a značení

### Neutronový tok

$$\Phi(\vec{r}) \quad [\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}]$$

### Mikroskopický průřez štěpení

– pravděpodobnost, že určitý atom (určitého izotopu) pohltí neutron štěpně:

$$\sigma_f(\vec{r}) \quad [\text{m}^2]$$

### Makroskopický průřez štěpení

– počet atomů v objemu (atomová hustota izotopu –  $N$  – počet atomů v objemu) s mikroskopickým průřezem pro štěpení:

$$\Sigma_f(\vec{r}) = N \cdot \sigma_f(\vec{r}) \quad [\text{m}^{-1}]$$

### Atomová hustota izotopu

– určí se pomocí Avogadrovy konstanty ( $6,0225 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ) základních částic (molekul, atomů, iontů, elektronů atd.). Je to tzv. Avogadrův počet základních částic), hustoty izotopu ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) a jeho molární hmotnosti ( $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ):

$$N = A_V \cdot \frac{\rho}{M} \quad [\text{m}^{-3}]$$

### Četnost štěpných reakcí

– počet štěpných reakcí v místě  $r$ :

$$RR_f(\vec{r}) = \Sigma_f \cdot \Phi(\vec{r})$$

### Objemový výkon tepla

– výkon uvolněný v jednotkovém objemu

$$q'''(\vec{r}) = E_f \cdot \Sigma_f \cdot \Phi(\vec{r}) \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}]$$

kde  $E_f$  – energie vzniklá při štěpení  $192 \text{ MeV} = 30,9 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

### Tepelný výkon uvolněný v jaderném reaktoru

#### Tepelný výkon uvolněný v elementárním objemu

$$dP(\vec{r}) = q'''(\vec{r}) \cdot dV \quad [\text{W}]$$

tedy 
$$dP(\vec{r}) = E_f \cdot \Sigma_f \cdot \Phi(\vec{r}) \cdot dV$$

#### Střední výkon

$$P = E_f \cdot \Sigma_f \cdot \bar{\Phi} \cdot V \quad [\text{W}]$$

$$E_f = 30,9 \cdot 10^{-12} \text{ J} \quad \Rightarrow \quad P = 3,09 \cdot 10^{-17} \cdot \Sigma_f \cdot \bar{\Phi} \cdot V \quad [\text{W}; \text{MW}]$$

Přesná kvantifikace produkovaného výkonu z uvolněné energie je komplikována obsahem většího počtu štěpných izotopů, tedy

$$dP(\vec{r}) = (E_{f5} \cdot \Sigma_{f5} + E_{f9} \cdot \Sigma_{f9} + E_{f1} \cdot \Sigma_{f1}) \cdot \Phi(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

U235      Pu239      Pu241

V rovnici budeme izotopy indexovat obecně písmenem  $k$ . Do rovnice ještě vstupuje závislost na energii, se kterou se pravděpodobnost štěpení určitého izotopu  $k$  mění. Pokud tedy rozdělíme energie do jednotlivých energetických skupin (grup –  $g$ ), pak bude celkový výkon dán vztahem:

$$P = \sum_{k=1}^n \sum_{g=1}^G E_{fk,g} \cdot \Sigma_{fk,g} \cdot \bar{\Phi}_{kg} \cdot V_k$$

resp. pro základní 3 základní izotopy:

$$P = \sum_{k=1}^n \sum_{g=1}^G (E_{f5g} \cdot \Sigma_{f5g} + E_{f9g} \cdot \Sigma_{f9g} + E_{f1g} \cdot \Sigma_{f1g}) \cdot \bar{\Phi}_{kg} \cdot V_k$$

$n$  – počet izotopů (zde 3...U235, Pu239 a Pu241)

$G$  – celkový počet energetických skupin (grup)

## 1.3 Stacionární vývin tepla

### Vývin tepla v aktivní zóně reaktoru

Vývin tepla v reaktoru se z převážné části generuje (z primární energie vzniklé po štěpení) ve formě tepelné energie, a to v bezprostřední blízkosti místa štěpení. Výkon je dán prostorovým rozložením  $\Phi(\vec{r})$ . Výkon reaktoru je prostorově a časově proměnný. Pokud napíšeme, že:

$$P(\vec{r}) = k \cdot \Phi(\vec{r}),$$

pak konstanta  $k = f(\vec{r}, t)$  - zahrnuje závislost na prostoru a času, což je způsobeno:

- jiným obohacením paliva v AZ,
- izotopickým složením paliva, které se mění v čase (s vyhořením).

Pro zjednodušení zavádíme tzv. *uniformní mříž*, pro kterou platí, že

$$k = konst.$$

což nám pomůže formulovat veličiny charakterizující prostorové rozložení vývinu tepla v JR.

### Součinitele vyrovnání vývinu tepla v AZ

#### Součinitel vyrovnání v objemu

$$\mu_v = \frac{\bar{q}'''}{q'''_{\max}} = \frac{P}{P_{\max}} = \frac{\bar{\Phi}}{\Phi_{\max}} = \frac{1}{\Phi_{\max} \cdot V} \cdot \int_V \Phi(\vec{r}) d\vec{r}$$

pro válcovou AZ lze separovat na radiální a axiální závislost

$$q'''(r, z) = q'''_r(r) \cdot q'''_z(z),$$

a tedy rozdělit součinitele na:

$$\mu_v = \mu_r \cdot \mu_z$$

kde:

#### Součinitel vyrovnání po poloměru

$$\mu_r = \frac{\bar{q}'''_r}{q'''_{\max}} = \frac{\bar{\Phi}_r}{\Phi_{\max}} = \frac{\int_0^R 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \Phi_r(r) dr}{\Phi_{\max} \cdot \pi \cdot R^2}$$

### Součinitel vyrovnání po výšce

$$\mu_z = \frac{\overline{q_z'''}{q_{\max}'''} = \frac{\overline{\Phi_z}}{\Phi_{\max}} = \frac{\int_0^H \Phi_z(z) dz}{\Phi_{\max} \cdot H}$$

### **Součinitele nerovnoměrnosti vývinu tepla v AZ**

- je převrácenou hodnotou součinitelů vyrovnání vývinu tepla, takže:

### Součinitel nerovnoměrnosti v objemu

$$K_v = \frac{1}{\mu_v}$$

### Součinitel nerovnoměrnosti po poloměru

$$K_r = \frac{1}{\mu_r}$$

### Součinitel nerovnoměrnosti po výšce

$$K_z = \frac{1}{\mu_z}$$

### **Nerovnoměrnost vývinu tepla v i-té kazetě**

$$K_{k,i} = \frac{P_{k,i}}{\overline{P}_k} = \frac{P_{k,i} \cdot n_k}{P}$$

kde:

$k$  – index nerovnoměrnosti „po kazetách“

$P_{k,j}$  - tepelný výkon i-tého palivového článku (kazety)

$n_k$  - počet kazet

Maximální hodnota tohoto součinitele je důležitá z hlediska provozu:

$$K_k = \max\{K_{k,i}\}_i = \frac{P_{k \max} \cdot n_k}{P}$$

### **Nerovnoměrnost vývinu tepla v j-té tyči i-té kazety**

Obdobný vztah jako pro kazety platí i pro jednotlivé tyče:

$$K_{t,i,j} = \frac{P_{t,j} \cdot n_t}{P_{k,i}}$$

$t$  – index nerovnoměrnosti „po tyčích“

z něj vychází tzv. *Horký kanál* - má největší vývin tepla ze všech kanálů – nejhorší situace pro odvod tepla.

### **Vývin tepla na jednotku délky palivové tyče**

Neboli tzv. lineární výkon palivové tyče

$$\overline{q'} = \frac{P}{n_k \cdot n_T \cdot H}$$

kde  $\overline{q'}$  - označuje středování po poloměru i po výšce AZ.

Střední hodnota lineárního výkonu palivové tyče je:

$$\bar{q}' = \frac{P_T}{H} = f(r)$$

### **Vývin tepla v holém válcovém reaktoru s uniformní mříží**

Nyní se zaměříme na zvláštní případ, kdy konstanta  $k = konst.$  (tj. uniformní mříž, viz výše).

### **Kritická podmínka reaktoru**

Budeme vycházet ze základního zákona zachování neutronů:

$$\text{změna počtu neutronů} = \text{vznik} - \text{únik} - \text{absorpce}$$

Ize odvodit, že difúzní rovnice je:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = Q + D \cdot \nabla^2 \cdot \Phi - \Sigma_a \cdot \Phi$$

kde:

$Q$  – vydatnost zdroje neutronů,

$D$  – difúzní koeficient

$\Sigma_a$  - účinný průřez pro absorpci

a pro stacionární stav je

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

z okrajových podmínek získáme kritickou rovnici reaktoru, např. ve tvaru:

$$\frac{k_\infty}{1 + L^2 \cdot B^2} = 1$$

kde:

$L$  – difúzní délka

$B$  – geometrický (materiálový) parametr reaktoru

Pro holý válcový reaktor je pak kritická podmínka reaktoru:

$$B_q^2 = \left(2.405 \cdot \frac{r}{R'}\right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot z}{H'}\right)^2$$

### **Rozložení hustoty neutronového toku**

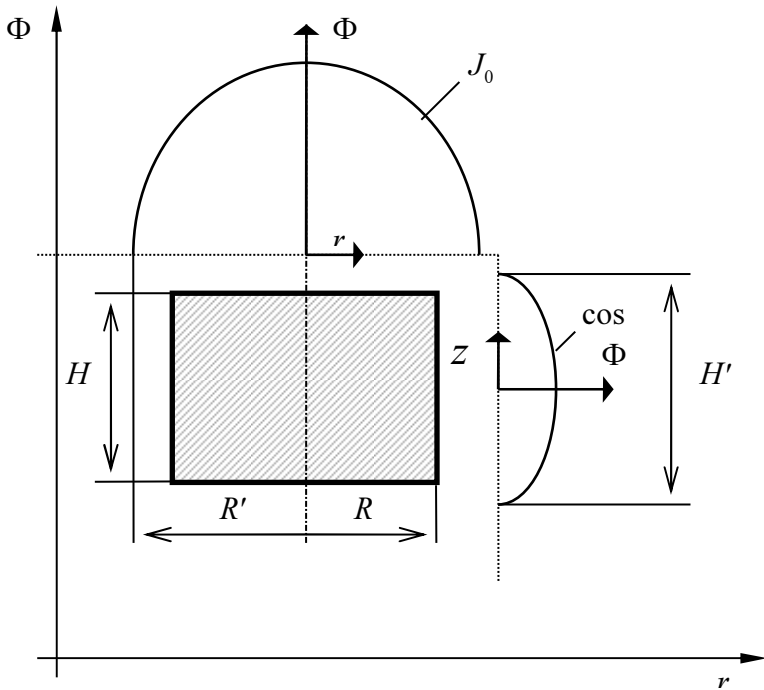
Z kritické rovnice reaktoru lze dále určit prostorové rozložení hustoty neutronového toku

$$\Phi(r, z) = \Phi_{\max} \cdot J_0 \cdot \left(2.405 \cdot \frac{r}{R'}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot z}{H'}\right)$$

kde  $R'$ ,  $H'$  - extrapolované hodnoty

$J_0$  - Besselova funkce prvního druhu nultého řádu

Jak je z rovnice patrné, radiální rozložení hustoty toku neutronů je Besselova funkce a po výšce  $AZ$  je to sinusoida.

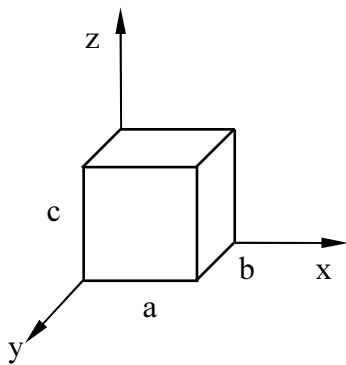


### Součinitele vyrovnání vývinu tepla

- v objemu, po poloměru a po výšce AZ – výpočet na cvičeních

### Vývin tepla v jiných geometriích

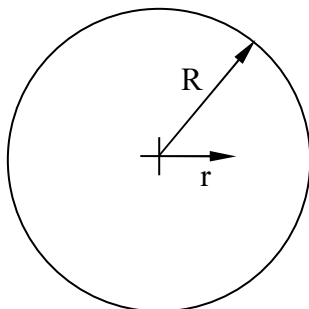
#### Hranol



$$\Phi(x,y,z) = \Phi_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{a'}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot y}{b'}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot z}{c'}\right)$$

$$\mu_v = 0.258$$

#### Koule



$$\Phi(r) = \Phi_{\max} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot r}{R'}\right)}{\frac{\pi \cdot r}{R'}}$$

$$\mu_v = 0.304$$

## Besselovy funkce

### Obyčejné Besselovy funkce

#### Besselova funkce prvního druhu řádu $n$

je definována řadou

$$J_n(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(n+k+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}. \quad (\text{A1})$$

Řada je konvergentní pro každé reálné  $n$  a pro každé  $x$ .  $\Gamma(u)$  je funkce gama definovaná vztahem:

$$\Gamma(u) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{u-1} dt. \quad (\text{A2})$$

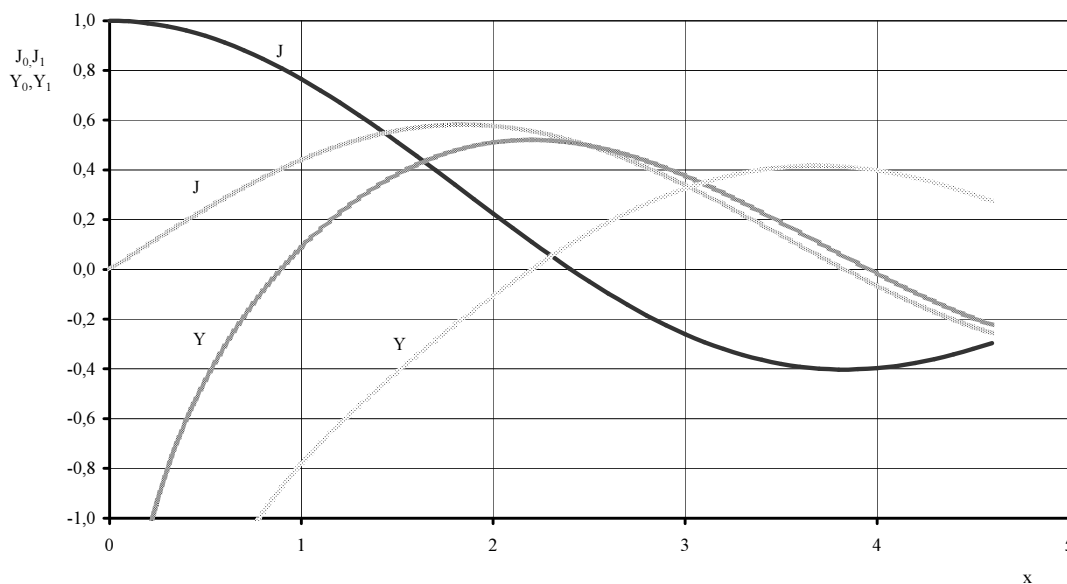
#### Besselova funkce druhého druhu řádu $n$

je definována zlomkem:

$$Y_n(x) = \frac{J_n(x) \cos(n\pi) - J_{-n}(x)}{\sin(n\pi)} \quad (\text{A3})$$

( $n$  různé od celého čísla).

#### **Obr.A1** Obyčejné Besselovy funkce prvního a druhého druhu



Pro celočíselné  $n$  lze pro  $Y_n(x)$  definovat rovnici

$$Y_n(x) = \lim_{\substack{r \rightarrow n \\ r \neq n}} Y_r(x). \quad (\text{A4})$$

Funkce  $J_n(x)$  a  $Y_n(x)$  splňují obyčejnou Besselovu diferenciální rovnici:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0. \quad (\text{A5})$$

## Modifikované Besselovy funkce

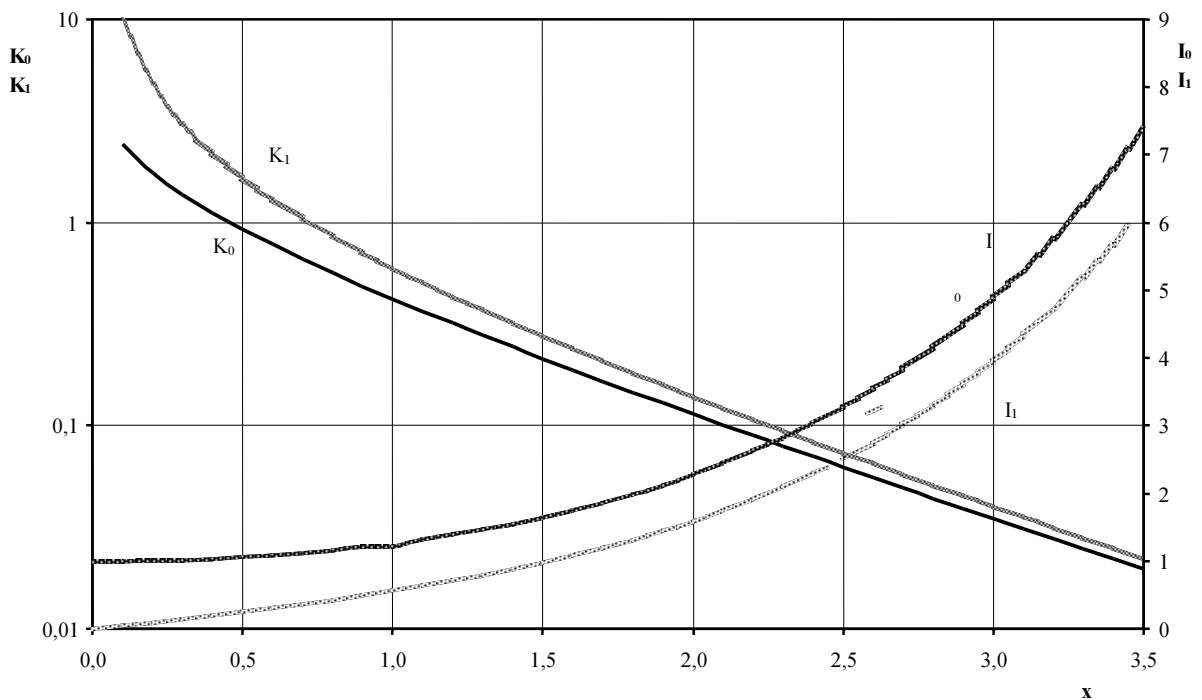
### Modifikovaná diferenciální Besselova funkce

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + n^2)y = 0. \quad (\text{A15})$$

Pro celá  $n$  platí:

$$i_n(x) = \frac{1}{j^n} J_n(jx). \quad (\text{A16})$$

**Obr.A2** Modifikované Besselovy funkce prvního a druhého druhu



Pro modifikované Besselovy funkce platí vztahy:

$$I_1(x) = \frac{dI_0(x)}{dx}, \quad (\text{A17})$$

$$K_1(x) = \frac{dK_0(x)}{dx}, \quad (\text{A18})$$

$$\int xI_0(x) dx = xI_1(x) = xI_0'(x), \quad (\text{A19})$$

$$\int xK_0(x) dx = xK_1(x) = xKI_0(x) \quad (\text{A20})$$



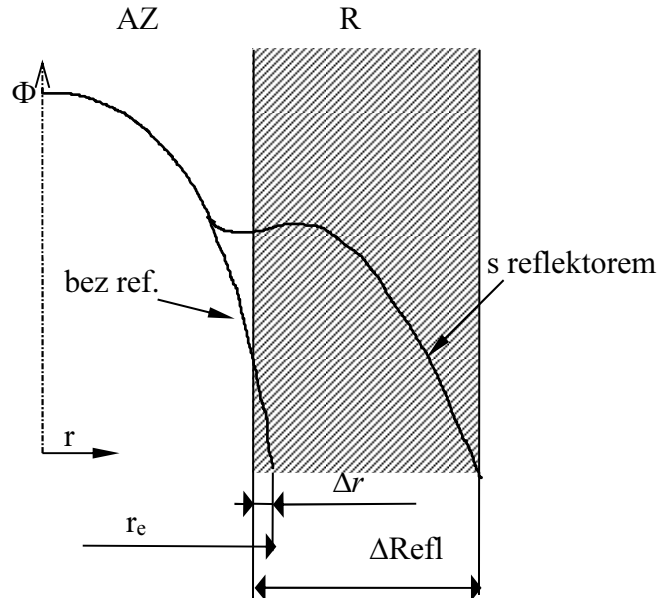
**Tabulka A1** Obyčejné a modifikované Besselovy funkce prvního a druhého druhu

$x$	$J_0(x)$	$J_1(x)$	$Y_0(x)$	$Y_1(x)$	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0,0	+ 1,000 0	+ 0,000 00			+ 1,000	+ 0,000 0		
0,1	0,997 5	0,049 94	- 1,534	- 6,459	1,003	0,050 1	+ 2,427	+ 9,854
0,2	990 0	0,099 50	- 1,081	- 3,324	1,010	100 5	1,753	4,776
0,3	977 6	0,148 3	- 0,807 3	- 2,293	1,023	151 7	1,372	3,056
0,4	960 4	196 0	- 606 0	- 1,781	1,040	204 0	1,115	2,184
0,5	938 5	242 3	- 444 5	- 1,471	1,063	257 9	0,924 4	1,656
0,6	912 0	286 7	- 308 5	- 1,260	1,092	313 7	777 5	1,303
0,7	881 2	329 0	- 190 7	- 1,103	1,126	371 9	660 5	1,050
0,8	846 3	368 8	- 086 8	- 0,978 1	1,167	432 9	565 3	0,861 8
0,9	807 5	405 9	+ 005 6	- 873 1	1,213	497 1	486 7	716 5
1,0	765 2	440 1	088 3	- 781 2	1,226	565 2	421 0	601 9
1,1	719 6	470 9	162 2	- 698 1	1,326	637 5	365 6	509 8
1,2	671 1	498 3	228 1	- 621 1	1,394	714 7	318 5	434 6
1,3	620 1	522 0	286 5	- 548 5	1,469	797 3	278 2	372 5
1,4	566 9	541 9	337 9	- 479 1	1,553	886 1	243 7	320 8
1,5	511 8	557 9	382 4	- 412 3	1,647	981 7	213 8	277 4
1,6	455 4	569 9	420 4	- 347 6	1,750	1,085	188 0	240 6
1,7	398 0	577 8	452 0	- 284 7	1,864	1,196	165 5	209 4
1,8	340 0	581 5	477 4	- 223 7	1,990	1,317	145 9	182 6
1,9	281 8	581 2	496 8	- 164 4	2,128	1,448	128 8	159 7
2,0	223 9	576 7	510 4	- 107 0	2,280	1,591	113 9	139 9
2,1	166 6	568 3	518 3	- 051 7	2,446	1,745	100 8	122 7
2,2	110 4	556 0	520 8	- 001 5	2,629	1,914	0,089 27	107 9
2,3	055 5	539 9	518 1	052 3	2,830	2,098	79 14	0,094 98
2,4	002 5	520 2	510 4	100 5	3,049	2,298	70 22	83 72
2,5	- 048 4	497 1	498 1	145 9	3,290	2,517	62 35	73 89
2,6	- 096 8	470 8	481 3	188 4	3,553	2,755	55 40	65 28
2,7	- 142 4	441 6	460 5	227 6	3,842	3,016	49 26	57 74
2,8	- 185 0	409 7	435 9	263 5	4,157	3,301	43 82	51 11
2,9	- 224 3	375 4	407 9	295 9	4,503	3,613	39 01	45 29
3,0	- 260 1	339 1	376 9	324 7	4,881	3,953	34 74	40 16
3,1	- 292 1	300 9	343 1	349 6	5,294	4,326	30 95	35 63
3,2	- 320 2	261 3	307 1	370 7	5,747	4,734	27 59	31 64
3,3	- 344 3	220 7	269 1	387 9	6,243	5,181	24 61	28 12
3,4	- 364 3	179 2	229 6	401 0	6,785	5,670	21 96	25 00
3,5	- 380 1	137 4	189 0	410 2	7,378	6,206	19 60	22 24
3,6	- 391 8	095 5	147 7	415 4	8,028	6,793	17 50	19 79
3,7	- 399 2	053 8	106 1	416 7	8,739	7,436	15 63	17 63
3,8	- 402 6	012 8	064 5	414 1	9,517	8,150	13 97	15 71
3,9	- 401 8	- 027 2	023 4	407 8	10,37	8,913	12 48	14 00
4,0	- 397 1	- 066 0	- 016 9	397 9	11,30	9,759	11 16	12 48
4,1	- 388 7	- 103 3	- 056 1	384 6	12,32	10,69	0,009 980	11 14
4,2	- 376 6	- 138 6	- 093 8	368 0	13,44	11,71	8 927	0,009 938
4,3	- 361 0	- 171 9	- 129 6	348 4	14,67	12,82	7 988	8 872
4,4	- 342 3	- 202 8	- 163 3	326 0	16,01	14,05	7 149	7 923
4,5	- 320 5	- 231 1	- 194 7	301 0	17,48	15,39	6 400	7 078
4,6	- 296 1	- 256 6	- 223 5	273 7	19,09	16,86	5 730	6 325

## Vlivy na prostorové rozložení vývinu tepla

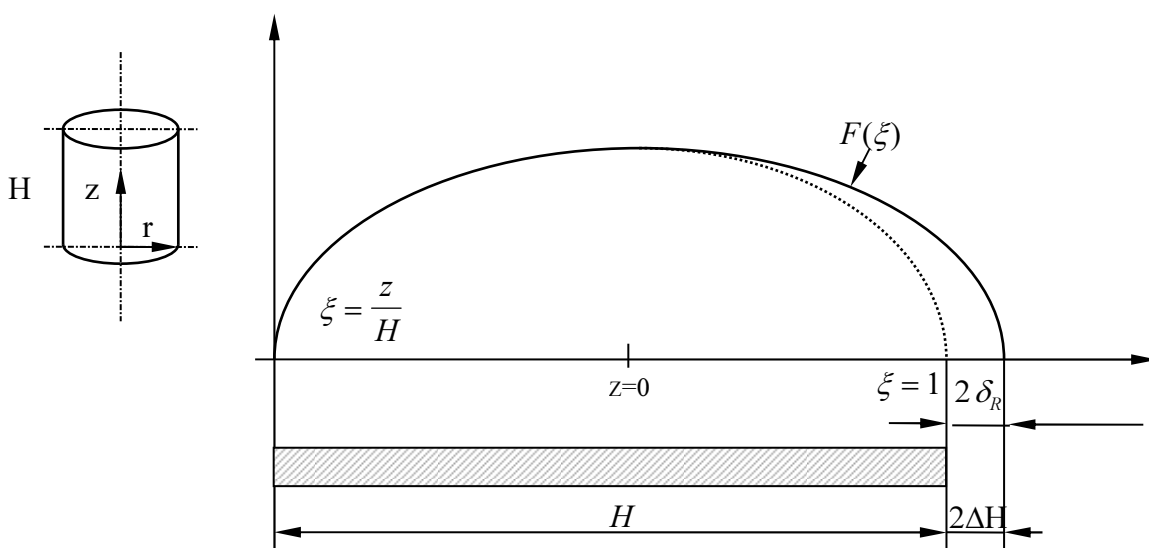
### Reflektor

Skutečné reaktory mají provedení s tzv. reflektorem. U základních geometrií je můžeme rozdělit na *axiální* a *radiální*. U lehkovodních reaktorů mají reflektory zanedbatelný význam. U těžkovodních a grafitových reaktorů však významně ovlivňuje prostorové rozložení vývinu tepla. U lehkovodních reaktorů se však reflektorů používá, zejména pak z konstrukčních a teplotních důvodů.



Průběh hustoty toku neutronů se s reflektorem změní. Reflektor nejen vrací část tepelných neutronů, ale také moderuje  $\Rightarrow$  lokální zvýšení toku tepelných neutronů.

Axiální fce vývinu tepla se symetrickými axiálními reflektory



$$\delta_R = \frac{\Delta H}{H}$$

$$H' = H + 2 \cdot \Delta H = H + 2 \cdot \delta_R \cdot H = H \cdot (1 + 2 \cdot \delta_R)$$

Pro  $z = 0$  v centru:

$$\Phi(z) = \Phi_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot z}{H'}\right) \Rightarrow \Phi(\xi) = \Phi_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \xi}{1 + 2 \cdot \delta_R}\right)$$

Pokud posuneme  $\xi = 0$  do začátku (do nuly), lze odvodit, že

$$\mu_z = 2 \cdot \frac{1 + 2 \cdot \delta_R}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot \delta_R}{1 + 2 \cdot \delta_R}\right)$$

Axiální funkce vývinu tepla má pak tvar

$$F(z) = \frac{q'''(z)}{\bar{q}'''} = \frac{\Phi(z)}{\Phi} = \frac{\Phi(z)}{\frac{1}{H} \cdot \int_0^H \Phi(z) dz} = K_z \cdot \frac{\Phi(z)}{\Phi_{\max}}$$

kde

$$K_z = \frac{1}{\mu_z} = \frac{\Phi_{\max} \cdot H}{\int_0^H \Phi(z) dz}$$

$$F(\xi) = K_z \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot (\xi + \delta_R)}{1 + 2 \cdot \delta_R}\right] = \frac{1}{\mu_z} \cdot \sin\left[\frac{\pi \cdot (\xi + \delta_R)}{1 + 2 \cdot \delta_R}\right]$$

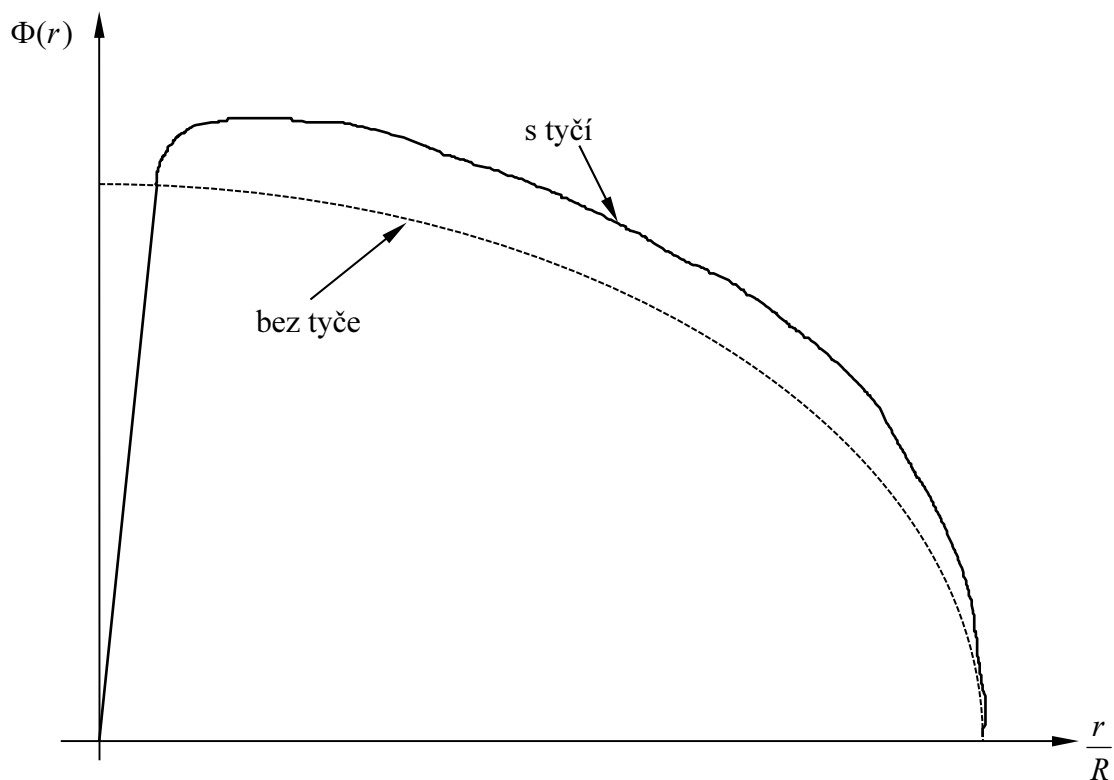
$\Rightarrow$  výpočet průběhu vývinu tepla po výšce je pak

$$q'''(z) = \bar{q}''' \cdot F(\xi)$$

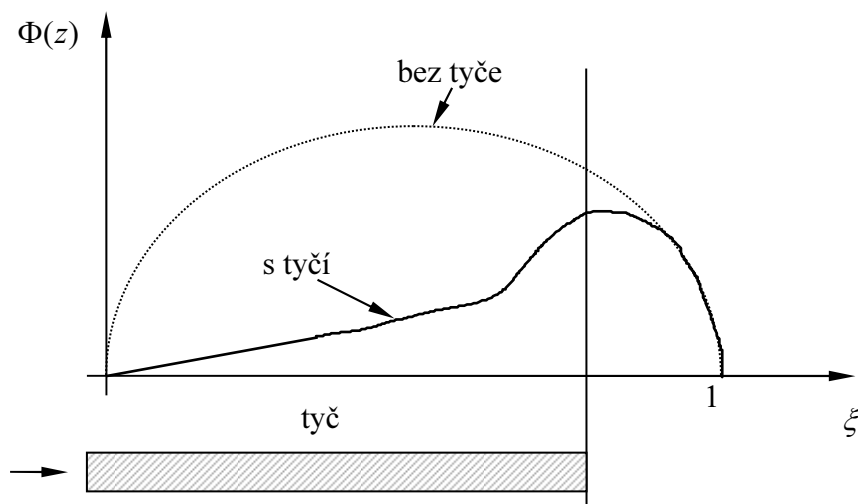
## Absorpční elementy

V každém reaktoru je systém regulačních a kompenzačních tyčí. Z toho však plyne deformace průběhu vývinu tepla a tedy nutnost rozsáhlých numerických výpočtů. Pro představu si uvedeme pouze zjednodušené případy.

### Plně zasunutá tyč v centru AZ

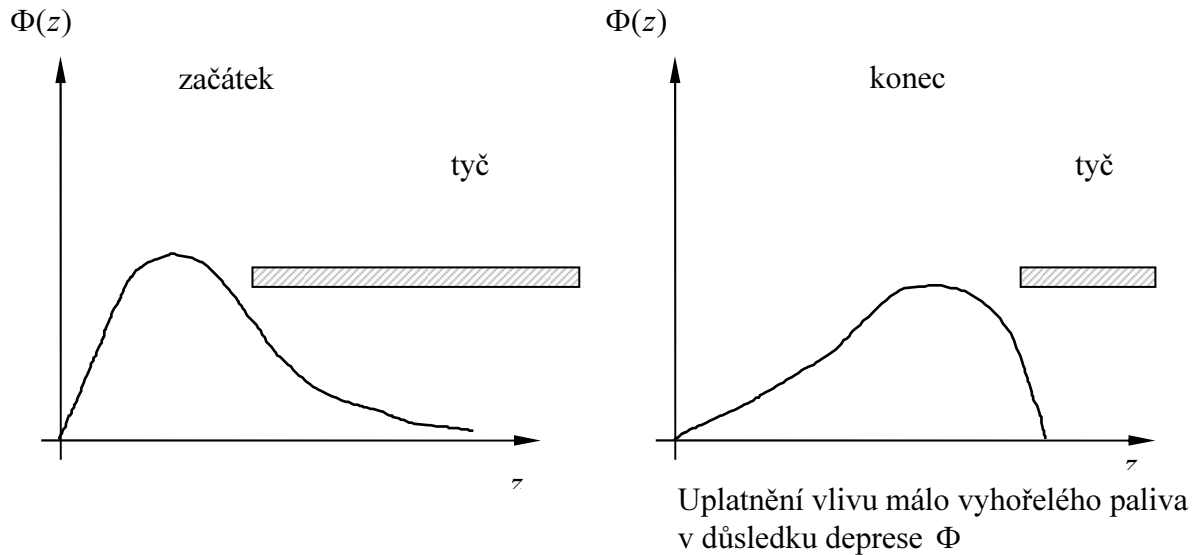


### Částečně zasunutá tyče



### Vliv nerovnoměrného vyhoření paliva

U LWR jsou na začátku kampaně kompenzační tyče zasunuty, na konci kampaně pak vysunuty.



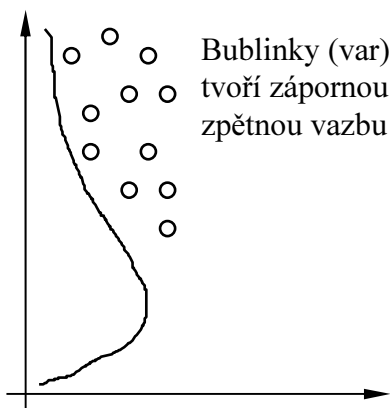
### **Dutiny a mezery**

Žádná mříž není zcela uniformní – mezi palivovými kazetami jsou mezery, rovněž kanály pro regulační tyče způsobují nepravidelnosti. Zejména pak takto vzniklé dutiny a mezery mají velký vliv na lokální zvýšení vývinu tepla, pokud jsou zaplněny vodou nebo parou.

#### 1.3.1.1.1 Dutiny zaplněné vodou

Více vody  $\Rightarrow$  více moderace neutronů  $\Rightarrow \Phi \uparrow \Rightarrow q''' \uparrow \Rightarrow$  vyvarovat se zaplnění dutin vodou např. instalací nástavců, které navazují na vysouvající se regulační tyče tak, aby po vytažení nevznikla mezera (u křížových tyčí BWR) nebo např. palivovými články (u VVER 440).

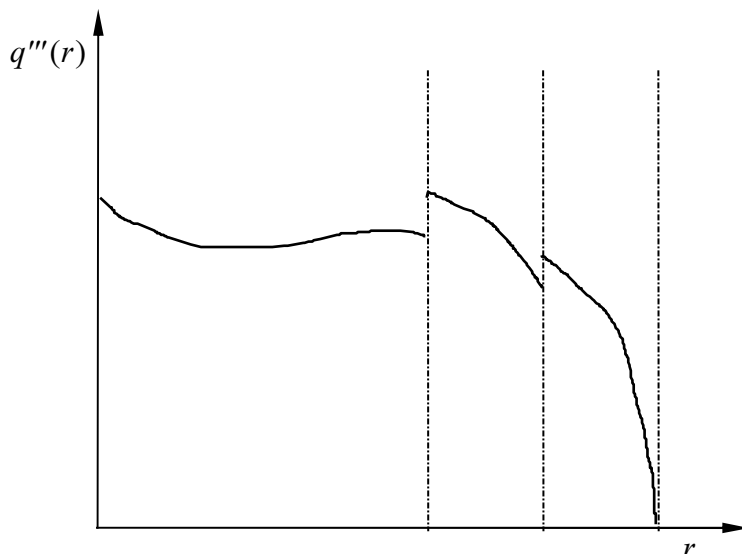
#### 1.3.1.1.2 Dutiny zaplněné parou



u BWR  $\Phi \downarrow$  (negativní parní koeficient)  $\Rightarrow q''' \downarrow$

- hlavní důvod, proč se regulační tyče zasouvají u BWR odspodu.

## Radiální rozložení výkonu tepla při kampaňové výměně paliva



Abychom zvýšili radiální vyrovnání výkonu tepla v LWR, vsázíme do AZ palivové články s různým obohacením (tzv. pásmové uspořádání), o čemž vypovídá závislost výkonu tepla:

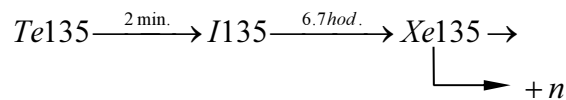
$$q''' \sim E_f \cdot \Sigma_f \cdot \Phi \longrightarrow \sim \text{kteřá je úměrná počtu jader U235}$$

### **Xenonové oscilace**

*Xenon vzniká*

a) přímo ze štěpení (výťažnost  $w=0,3\%$ )

b) rozpadem jódu (výťažnost  $w=5,9\%$ )



Xe vzniká zejména rozpadem jódu a zaniká rozpadem nebo absorpcí neutronu  $n = f(\Phi)$

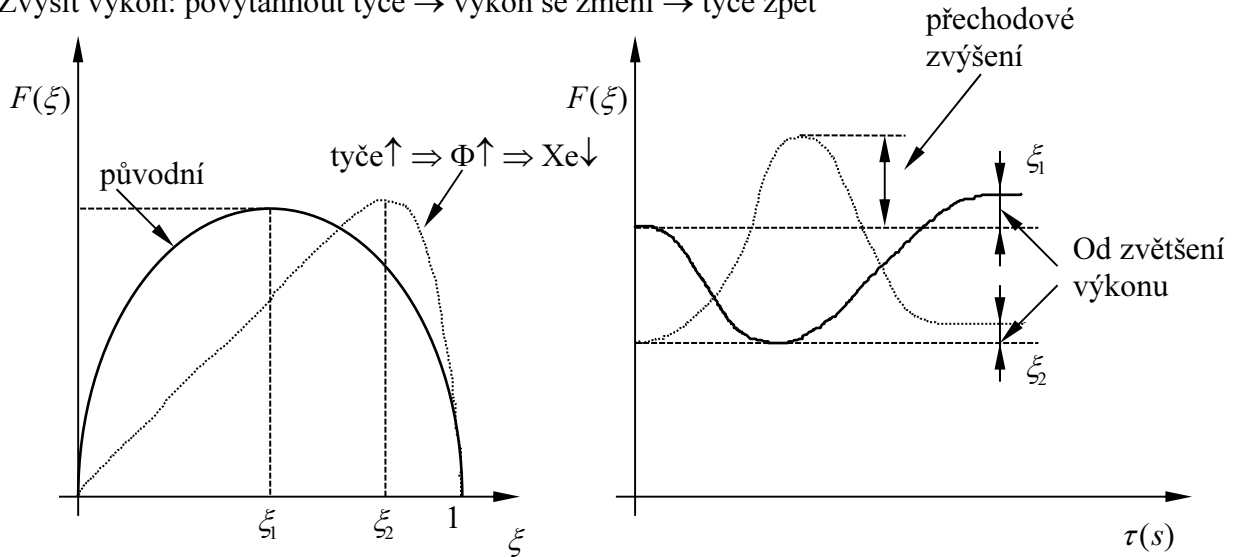
+

$\sigma_a^{Xe}$  (mikroskopický účinný průřez) dosahuje v oblasti tepelných neutronů o 4 řády vyšší hodnoty než je  $\sigma_f^{U235}$  (mikr. účinný průřez pro štěpení)... vznikají problémy:

- jodová jáma po odstavení reaktoru (růst koncentrace Xe135 -> pohlcuje se hodně neutronů)
- časové a prostorové oscilace neutronového toku, resp. výkonu, což komplikuje provoz velkých tepelných reaktorů. Oscilace vznikají
  - o změnou provozního režimu (změna polohy tyčí),
  - o vlastními oscilacemi (zpětná vazba).

### Změny rozložení výkonu tepla při změně provozního režimu

Zvýšit výkon: povytáhnout tyče → výkon se změní → tyče zpět



Přechodové zvýšení může být větší než maximum v ustáleném stavu (Xe více vyhořel na  $\xi_2$ ).

### Xenonové oscilace

Z hlediska vlivu Xe na  $k_{eff}$  je reaktor systémem se zpětnou vazbou.

Lokální zvýšení  $\Phi \rightarrow n_{Xe} \downarrow$  ( $-\sigma_a \cdot \Phi \cdot n_{Xe} =$  více neutronů se pohltí v Xe135, takže klesne jeho koncentrace)  $\rightarrow \Phi \uparrow$  = jak klesne Xe135, neutrony se již méně v Xe135 pohlcují, takže vzroste neutronový tok.

Předpokládáme, že v polovině reaktoru dojde k mírnému zvýšení výkonu:

$$\Phi_1 \uparrow \Rightarrow n_{Xe1} \downarrow \Rightarrow \Phi_1 \uparrow \Rightarrow n_{I1} \uparrow \xrightarrow{6.7 \text{ hod.}} n_{Xe1} \uparrow \Rightarrow \Phi_1 \downarrow$$

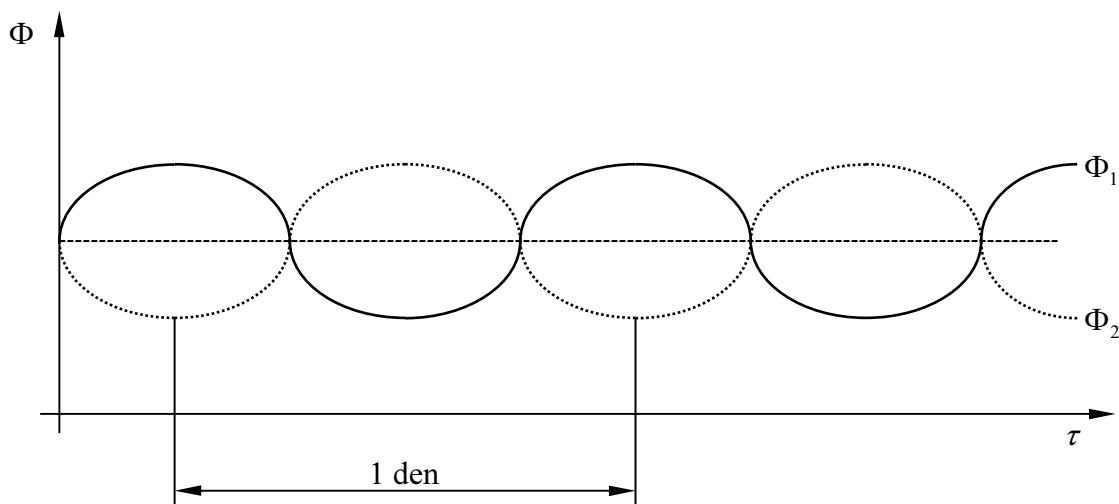
1/4 cyklu: růst neutronového toku, pokles koncentrace Xe135

2/4 cyklu: růstem neutronového toku roste produkce I135, který se stále ve větší míře rozpadá na Xe135, takže růst neutronového toku se zpomaluje zvýšeným pohlcováním neutronů v Xe135 až dosáhne svého maxima

3/4 cyklu: množství tvořeného Xe135 z I135 je tak velký, že již neutronový tok začíná klesat (více se pohlcují neutrony) a tím pomalu začíná klesat i tvorba I135

4/4 cyklu: neutronový tok dále klesá, pokles tvorby I135 se již začíná více projevovat na snížené tvorbě Xe135 a tak pokles neutronového toku se zpomaluje až se dostane na minimum.

Pro  $P_{celkove} = konst.$  růst výkonu v jedné polovině AZ je provázen poklesem výkonu v druhé polovině AZ.



K zabránění prostorových xenonových oscilací je nutná kontrola prostorového rozložení tepla + dostatečná hustota absorpčních tyčí.

### Vývin tepla v reaktorech VVER

Podstatné vyrovnání prostorového vývinu tepla v AZ došlo zavedením bórové kompenzace přebytečné reaktivity.  $K_q$  dosahuje hodnot 1,3.

Kompenzace nerovnoměrného rozložení neutronového toku vlivem absorpčních tyčí se řeší různým axiálním obohacením paliva.

Pro určení základních fyzikálních veličin reaktorů se používá výpočetních programů (většinou tak trochu šitých na míru).

Dalším produktem nestacionarity na časové neuniformity (kromě samozřejmému vyhořívání) je pouze částečné nahrazení palivových článků při kampaňové výměně paliva, kdy ca 1/3 palivových článků je nových, ostatní jsou pouze přesunuty -> vzniká jiná AZ (co do vývinu tepla).

## 1.4 Nestacionární vývin tepla v JR

Doposud jsme probírali pouze stacionární jevy tedy  $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$ ,

Což je možno použít pro ustálený stav nebo pro změny pomalé, tedy  $\frac{\partial \Phi}{\partial t} \rightarrow 0$

V praxi ale stacionární stav vlastně neexistuje. Pro nestacionární jevy:

- se většinou vychází z jednogrupové difúzní teorie
- předpokládáme, že prostorové rozložení vývinu tepla se s časem nemění (bodový model- popis časového chodu reaktoru soustavou obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu).

Tento předpoklad je dostatečný ve většině případů, pokud změny nejsou příliš prudké. Z toho vyplývá, že tento předpoklad lze použít pro tzv. *reaktory „nulového“ výkonu* (malého tepelného výkonu), ostatní jsou *energetické reaktory*.



## Reaktory nulového výkonu

Rovnice popisující časový chod soustavy se nazývají kinetické rovnice (rovnice krátkodobé kinetiky). Oblast, kterou popisují, se nazývá: kinetika reaktoru.

## Energetický reaktor

Teplotní změny působí zpětně na reaktivitu soustavy. Reaktor je tedy dynamická soustava se zpětnou vazbou  $\Rightarrow$  dynamika reaktoru.

### Rovnice kinetiky bez zpožděných neutronů

$$\frac{dn}{dt} = \frac{k_{ef} - 1}{l} \cdot n(\tau)$$

$l$  – doba života jedné generace okamžitých neutronů ( $l=5 \cdot 10^{-4}$ ) – časový průběh výkonu je velmi náchylný i na nepatrnou změnu reaktivity ( $k_{ef}$ )

### Rovnice kinetiky se zpožděnými neutrony

(je odvozeno v NTJR)

$$\lambda - \text{střední doba vzniku okamžitých neutronů } n = \frac{l}{k_{ef}},$$

Pro nás je důležité  $P(\tau) = ?$ . Určí se řešením rovnic kinetiky. Existuje nejméně 45 druhů mateřských jader, které lze rozdělit do 6 skupin charakterizovaných rozpadovou konstantou mateřských jader  $\lambda_i$  s podílem  $\beta_i$  vztažený na jeden neutron vzniklý při štěpení (a v určitém energetickém spektru - není ale příliš citlivý parametr).

Tab.1 Konstanty skupin zpožděných neutronů (LWR)

Skupina i	$\lambda_i [s^{-1}]$	$\beta_i [\%]$
1	0.0127	0.0261
2	0.0317	0.1461
3	0.115	0.1289
4	0.311	0.2792
5	1.4	0.0878
6	3.87	0.0178
		$\sum \beta_i = \beta = 0.686\%$

Pro  $\lambda_i$  (rozpadová konstanta i-té skupiny zpožděných neutronů) se za jednotku času se v jednotce objemu rozpadne  $\lambda_i \cdot C_i$  jader. Postupně se propracujeme k m+1 prostorově nezávislých rovnic kinetiky ve tvaru

$$\frac{dP(\tau)}{d\tau} = \frac{\rho(\tau) - \beta}{\Lambda} \cdot P(\tau) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot c_i(\tau)$$

$$\frac{dc_i(\tau)}{d\tau} = \frac{\beta_i}{\Lambda} \cdot P(\tau) - \lambda_i \cdot c_i(\tau) \quad i = 1, \dots, m$$

kde  $\Lambda = \frac{l}{k_{ef}}$  - střední doba vzniku okamžitých neutronů a

$$\text{reaktivita: } \rho(\tau) = \frac{k_{ef}(\tau) - 1}{k_{ef}(\tau)}$$

Zpětná vazba se projeví přes reaktivitu:

$$\rho(\tau) = \rho_f(\bar{T}_f) + \rho_c(\bar{T}_c) + \rho_{Xe}(\tau) + \rho_{CRD}(\tau)$$

Palivo  
(Dopplerův  
efekt)

Chladivo

Xenon

Řídící tyče

## Zbytkový vývin tepla po odstavení reaktoru

Zdroje působící po odstavení reaktoru:

1. dobíhající štěpná řetězová reakce
2. radioaktivní rozpad produktu štěpení
3. radioaktivní rozpad izotopů vzniklých radiačním záchytem neutronů
4. radioaktivní rozpad aktivovaných materiálů AZ

### ad 1. Dobíhající štěpná řetězová reakce

Zasunutí absorpčních tyčí je možno aproximovat velkou zápornou reaktivitou v čase  $\tau = 0$ . Pokles výkonu má exponenciální charakter. Je možno odvodit z rovnic kinetiky:

$$\frac{P(\tau)}{P_0} = \frac{\rho_k}{\rho_k - \beta} \cdot \exp\left(\frac{\rho_k - \beta}{\lambda} \cdot \tau\right) + \sum_{i=1}^m \frac{\beta_i}{\beta - \rho_k} \cdot \exp\left(\frac{\lambda_i \cdot \rho_k}{\beta - \rho_k} \cdot \tau\right)$$

Viz cvičení v JE. ??? co je index k?

### ad 2. Radioaktivní rozpad produktů štěpení

- závisí na množství štěpných trosk
- je fci doby provozu reaktoru a výkonu

⇒ většina přibližných vztahů pro výpočet zbytkového tepla vychází z předpokladu nekonečně dlouhého předchozího provozu reaktoru na plném výkonu.

Nejčastěji používaný vztah vhodný pro počítače:

$$\frac{P_z(\tau)}{P_0} = \sum_j A_j \cdot e^{-\lambda_j \cdot \tau}$$

Štěpné produkty jsou typicky rozděleny do skupin se střední rozpadovou konstantou  $\lambda_j$  a amplitudou  $A_j$

$j$	$A_j$	$\lambda_j [s^{-1}]$
1	0.00299	1.772
2	0.00825	0.5774
3	0.01550	$6.743 \times 10^{-2}$
4	0.01935	$6.214 \times 10^{-3}$
5	0.01165	$4.739 \times 10^{-4}$
6	0.00645	$4.810 \times 10^{-5}$
7	0.00231	$5.344 \times 10^{-6}$
8	0.00164	$5.726 \times 10^{-7}$
9	0.00085	$1.036 \times 10^{-7}$
10	0.00043	$2.959 \times 10^{-8}$
11	0.00057	$7.585 \times 10^{-10}$

### ad 3. Radioaktivní rozpad izotopů vzniklých radiačním zachytem neutronů (aktinidů)

Jedná se hlavně o  $^{239}\text{U}_{92}$  a  $^{239}\text{Np}_{93}$ , záleží na obohacení.

Pro obohacené palivo:

$$\frac{P(\tau)}{P_0} = A_1 \cdot \exp(-4.9 \cdot 10^{-4} \cdot \tau) + A_2 \cdot \exp(-3.4 \cdot 10^{-6} \cdot \tau)$$

$$A_1 = 0.22648 \cdot R, \quad A_2 = 0.21852 \cdot R$$

kde  $R$  závisí na konverzním faktoru  $c$ , na  $\sigma_{c5}$  a  $\sigma_{f5}$

$c$  je poměr množství atomů Pu239 vyrobených na 1 atom U235 – zkonsumovaný:

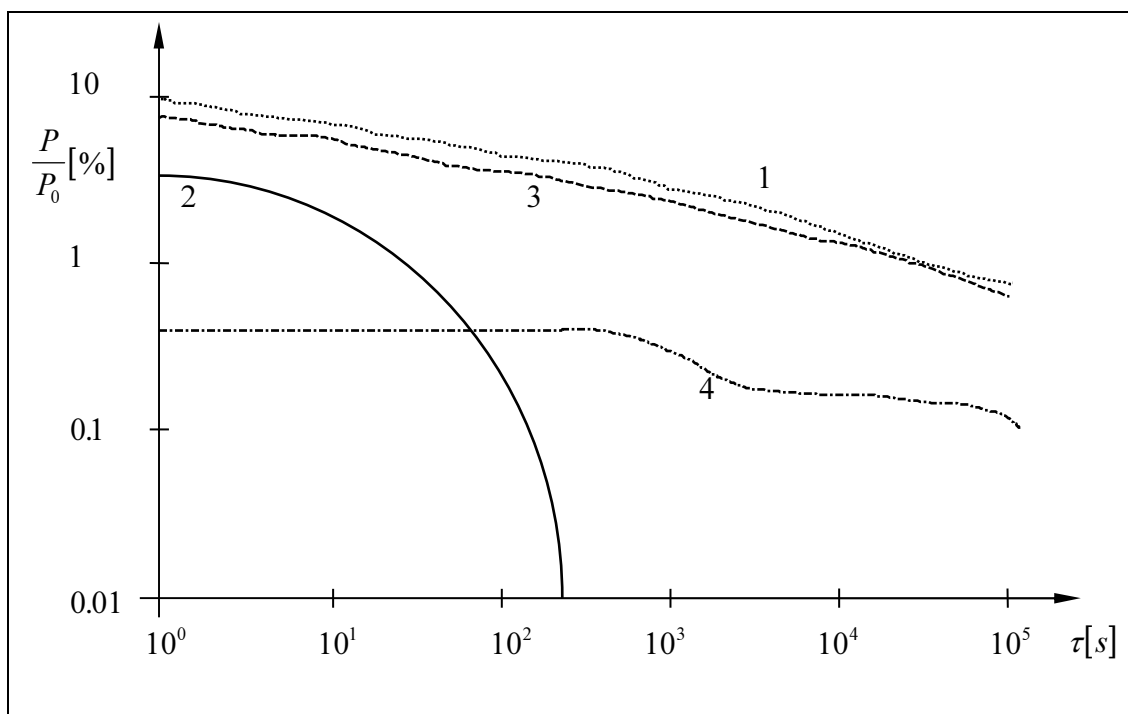
$$R = c \cdot \frac{\sigma_{c5}}{\sigma_{f5}}$$

Pro PWR lze použít:

$$A_1 = 0.4; \quad A_2 = 0.17$$

### ad 4. Radioaktivní rozpad materiálů AZ

- Zanedbatelný
- není třeba odvádět z paliva

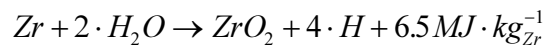


Obr. Celkový výkon po odstavení reaktoru

- 1 - celkový výkon (2+3+4)
- 2 - výkon dobíhající štěpné řetězové reakce
- 3 - radioaktivní rozpad produktu štěpení
- 4 - radioaktivní rozpad aktinidů Pu239, Np239

## Chemická reakce povlaku s vodní párou jako zdroj tepla

V některých havarijních situacích, kdy dosáhne pára ( $T_{co} > 700 - 800^\circ C$ ) je nutno uvažovat exotermickou chemickou reakci:



Pro  $T_{co} > 1200^\circ C$  probíhá oxidace velmi intenzivně. Je-li dostatek páry - rychlost reakce je omezena difúzí  $O_2$  skrz film  $ZrO_2$ . Negativní vlivy:

1. uvolněné teplo zhoršuje průběh přechodového procesu,
2. vodík se částečně absorbuje v zirkonu, kde se rozpouští a vznikají hybridy způsobující křehnutí materiálů povlaku,
3. oxidace zhoršuje mechanické vlastnosti povlaku.

Reakce je řízena parabolickou kinetikou

$$W_{Zr} = \sqrt{A \cdot t \cdot e^{-B/(R \cdot T)}}$$

kde  $W_{Zr}$  je množství  $Zr$  zoxidováno na jednotku plochy vystavené páře [ $kg_{Zr} \cdot m^{-3}$ ]

$t$  - doba expozice [s]

$T$  - teplota [K]

$$R = 8314.29 J \cdot kmol^{-1} \cdot K^{-1}$$

Empirické konstanty

$$A = 294 kg^2 \cdot s^{-1} \cdot m^{-4}$$

$$B = 1.672 \cdot 10^8 J \cdot kmol^{-1}$$

Aktivní zóna PWR má  $\sim 5400 m^2$   $Zr$  plochy.

